

Proyectos Educativos Comunitarios para el PAEC transversales
y con énfasis en los Objetivos de Desarrollo Sustentable de la Agenda 2030



Javier León Cárdenas

Pensamiento matemático II

Materiales apegados al **Marco Curricular Común**
para la **Educación Media Superior (MCCEMS)** y los
principios de la **Nueva Escuela Mexicana (NEM)**



Pensamiento matemático II

Ediciones Kukulcán

Copyright 2025

Primera Edición

Enero 2025

ISBN: Pendiente

Claudia Gabriela Guevara Gómez

Dirección Editorial

Quetzalcóatl Rodríguez del Río

Editor

Orlando Gabriel Flores García

Asistente Editorial

Devendra Gonzaga Minutti

Director de Arte

Roberto Rendón Santos

Milly Torres

Diseño de Información

firefly.adobe.com

Fotografía e ilustraciones

Adriana González Espinoza

Paola Vera Rueda

César García López

Antonio E. Herrera de la Cruz

Edgar Torres Gutiérrez

Recursos Didácticos Digitales

Todos los derechos reservados
No está permitida la reproducción total o
parcial de este libro, ni su tratamiento
informático, ni la transmisión de ninguna
forma o por cualquier medio, ya sea
electrónico, mecánico, por fotocopia, por
registro u otros medios, sin el permiso previo
y escrito de los titulares del Copyright.

Autor:

Javier León Cárdenas



Portada: Puente JPO, Yakarta, Indonesia.



Bienvenidos al Modelo Kukulcán: Educación para la Acción Transformadora

Estimados estudiantes, docentes y padres de familia,

Nos complace presentarles el **Modelo Kukulcán: Educación para la Acción Transformadora**, una propuesta educativa innovadora que busca transformar el aprendizaje en una experiencia activa, significativa y profundamente conectada con las realidades de nuestras comunidades y del mundo en el que vivimos.

Este modelo está basado en tres pilares fundamentales: **la teoría del aprendizaje experiencial de Kolb**, los **Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS)** y los principios de la **Nueva Escuela Mexicana (NEM)**. Creemos que la educación debe ser un vehículo para el cambio, no solo en el aula, sino también en el entorno social y cultural que nos rodea.

En **Kukulcán**, entendemos que el aprendizaje debe ser **activo**, permitiendo que los estudiantes vivan experiencias reales, reflexionen sobre ellas, conceptualicen lo aprendido y, finalmente, actúen para transformar su entorno. Así, cada uno de nuestros materiales busca ofrecer más que sólo información, invitando a los estudiantes a ser agentes de cambio en su comunidad.

Los **Proyectos Educativos Comunitarios (PEC)** son la piedra angular de este modelo. Estos proyectos brindan la oportunidad de abordar problemas locales mientras se alinean con los **ODS**, promoviendo valores como la **igualdad de género**, la **interculturalidad**, la **inclusión**, el **pensamiento crítico** y la **sostenibilidad**. Los estudiantes no sólo aprenderán contenidos académicos, sino que también se involucrarán en acciones concretas que impacten positivamente su entorno.

En este contexto, además de nuestros libros, hemos creado el **Programa Kukulcán 2030: Educación para la Acción**, una iniciativa que ofrece **webinars**, **talleres** y **videoconferencias** gratuitas para la **formación continua de los docentes**.

Todos nuestros docentes tienen acceso a estos recursos, que posteriormente compartimos en nuestro canal de YouTube, como parte de nuestro compromiso con el **Pacto de Editores para el alcance de los Objetivos de Desarrollo Sostenible**.

Este modelo está diseñado para que todos los miembros de la comunidad educativa —estudiantes, docentes y padres— trabajen juntos en la formación de ciudadanos comprometidos, reflexivos y preparados para enfrentar los desafíos del futuro. A través de la colaboración y el trabajo comunitario, buscamos cultivar valores humanos, fortalecer la identidad y fomentar el bienestar integral de nuestros jóvenes.

Bienvenidos a un aprendizaje que transforma, empodera y conecta a cada estudiante con su comunidad y el mundo.
¡Juntos podemos crear un futuro más justo, equitativo y sostenible!

Atentamente,

Ediciones Kukulcán

Autor



Javier León Cárdenas

**Maestría en Docencia
Universitaria**
Universidad La Salle
Cédula: 4531796

**Especialidad en Enseñanza
Superior.** Universidad La Salle
Cédula: 4404843

**Licenciatura en Ingeniería
Mecánica.** Universidad
Michoacana de San Nicolás
de Hidalgo. **Cédula: 1094264**

Originario de Michoacán, es especialista en Docencia Universitaria especializado en energías renovables. **Coautor de libros** para el IPN y revisor técnico de más de 50 obras en importantes editoriales. Con experiencia en educación media superior y superior, ha colaborado con **CENEVAL**, **dirigido más de 100 tesis** y **recibido tres premios Indivisa Manent**, destacándose por su impacto en la formación técnica y profesional.

¡Hola, soy Kan!

**La mascota oficial
de Ediciones Kukulcán
y te acompañaré a lo
largo de este curso.
¡Bienvenidos!**



Conoce tu libro

Actividad para el **PEC**

Un espacio para dar seguimiento a los Proyectos Escolares Comunitarios transversales que darán forma al Programa Aula Escuela Comunidad.

Evaluación diagnóstica **AD**

Descubre qué conocimientos previos pondrás en marcha.

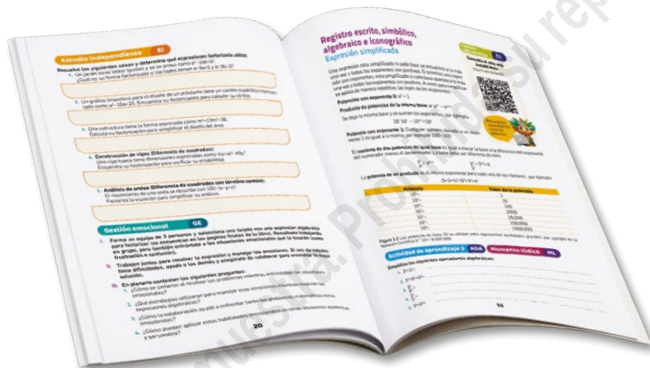
Actividad de aprendizaje **ADA**

Momento lúdico **ML**

Reto intelectual **RI**

Aplicación **A**

Puedes encontrar tres tipos de actividad: retos intelectuales, momentos lúdicos y aplicación de conocimientos. ¡Aprovecha cada una!



Evaluación de la progresión **EP**

Muestra lo que has aprendido con pruebas y reflexiona sobre tus logros para seguir mejorando.

Evaluación de Momento **EM**

Esta prueba te ayudará a reconocer tu avance en esta primera parte del semestre.



Gestión emocional **GE**

Un bocadillo de las habilidades sociemocionales que estás desarrollando en las actividades de este semestre.

Estudio independiente **EI**

Un espacio para que te apropiés de tu proceso de aprendizaje. Explora por tu cuenta los temas y comparte tus hallazgos.



Lectura digital

Estas lecturas son fundamentales para que comprendas los temas que abordarás en cada progresión, puedes descargarlas o acceder a ellas desde el link y el Qr.

En el **Modelo Kukulcán**, los **Proyectos Educativos Comunitarios (PEC)** se desarrollan en tres momentos clave a lo largo del semestre, garantizando un enfoque estructurado y progresivo. En el **primer momento**, los estudiantes realizan un diagnóstico participativo en sus comunidades, identificando problemas locales relevantes mediante herramientas como encuestas, observaciones y entrevistas. Esto les permite conectar sus aprendizajes con el entorno real, promoviendo la reflexión crítica y situando las problemáticas en el marco de los **Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS)** y los ejes transversales de la **Nueva Escuela Mexicana (NEM)**, como la inclusión y la igualdad de género. En el **segundo momento**, se lleva a cabo la planificación del proyecto, donde los estudiantes diseñan estrategias para abordar las problemáticas detectadas, establecen objetivos medibles y alinean sus acciones con los aprendizajes curriculares. Este momento está guiado por docentes, quienes facilitan el uso de recursos como el **Libro del Educador Interactivo** y el **archivero digital** para enriquecer la planeación.

El tercer momento es la implementación y evaluación del PEC, donde los estudiantes aplican las estrategias diseñadas en sus comunidades, desarrollando campañas, actividades o intervenciones específicas.

Una vez ejecutadas, se realiza una **evaluación crítica** en la que los estudiantes reflexionan sobre los resultados obtenidos y las áreas de mejora, cerrando así el ciclo de aprendizaje experiencial basado en la teoría de Kolb. Este seguimiento se asegura a través de recursos proporcionados por Kukulcán, como las herramientas de autoevaluación y las rúbricas específicas en cada libro, así como la retroalimentación constante por parte de los docentes. Además, la **transversalidad** se refuerza al incluir actividades que integran habilidades socioemocionales, el respeto por la diversidad y la sostenibilidad, garantizando que el impacto de los proyectos sea tanto local como global, considerando las **metas de aprendizaje** de todas las **progresiones**.



Índice

Progresión 1

Página 9

Compara, considerando sus aprendizajes de trayectoria, el lenguaje natural con el lenguaje matemático para observar que este último requiere de precisión y rigurosidad..

Progresión 2

Página 9

Revisa algunos elementos de la sintaxis del lenguaje algebraico considerando que en el álgebra buscamos la expresión adecuada al problema que se pretende resolver (utilizamos la expresión simplificada, la expresión desarrollada de un número, la expresión factorizada, productos notables, según nos convenga).

Progresión 3

Página 21

Examina situaciones que puedan modelarse utilizando lenguaje algebraico y resuelve problemas en los que se requiere hacer una transliteración entre expresiones del lenguaje natural y expresiones del lenguaje simbólico del algebra.

Progresión 4

Página 21

Explica algunas relaciones entre números enteros utilizando conceptos como el de divisibilidad, el de número primo o propiedades generales sobre este conjunto numérico, apoyándose del uso adecuado del lenguaje algebraico.

Progresión 5

Página 38

Conceptualiza el máximo común divisor (M.C.D.) y mínimo común múltiplo (m.c.m.) de dos números enteros y los aplica en la resolución de problemas.

Progresión 6

Página 38

Revisa desde una perspectiva histórica al conjunto de los números reales, comenzando con la consideración de números decimales positivos hasta llegar a la presentación de la estructura de campo ordenado de los números reales.

Progresión 7

Página 56

Resuelve situaciones-problema significativas para el estudiantado que involucren el estudio de proporcionalidad tanto directa como inversa, así como también el estudio de porcentajes, empleando la estructura algebraica de los números reales.

Índice

Progresión 8

Página 56

Discute la conformación de un proyecto de vida considerando elementos básicos de la matemática financiera tales como interés simple y compuesto, ahorros y deudas a través de la aplicación de la estructura algebraica de los números reales y con la finalidad de promover la toma de decisiones más razonadas.

Progresión 9

Página 77

Conceptualiza el área de una superficie y deduce fórmulas para calcular áreas de figuras geométricas simples como rectángulos, triángulos, trapecios, etc., utilizando principios y propiedades básicas de geometría sintética.

Progresión 10

Página 77

Revisa el teorema del triángulo de Napoleón, considerándolo como un problema-meta en el que se aplican resultados de la geometría euclidiana como: Teorema de Pitágoras, criterios de congruencia y semejanza de triángulos, caracterizaciones de cuadriláteros concíclicos, entre otros.

Progresión 11

Página 77

Emplea un sistema de coordenadas y algunos elementos básicos de geometría analítica como la distancia entre dos puntos en el plano para calcular áreas de figuras geométricas básicas y compara estos resultados con los cálculos obtenidos empleando principios básicos de geometría sintética.

Progresión 12

Página 106

Modela situaciones y resuelve problemas significativos para el estudiantado tanto de manera algebraica como geométrica al aplicar propiedades básicas de funciones lineales, cuadráticas y polinomiales.

Progresión 13

Página 106

Resuelve problemáticas provenientes de las áreas del conocimiento que involucren la resolución de sistemas de ecuaciones lineales y considera una interpretación geométrica de estos sistemas.

Progresión 14

Página 106

Modela situaciones y resuelve problemas en los que se busca optimizar valores aplicando el teorema fundamental de la programación lineal y combinando elementos del lenguaje algebraico que conciernen al estudio de desigualdades y sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Proyecto Escolar comunitario: Huerto Urbano Escolar para la Sostenibilidad

Primer momento: Diagnóstico

Durante este primer momento, tendrán la oportunidad de realizar un diagnóstico situacional para identificar las mejores oportunidades para la creación de un huerto urbano en el espacio de la escuela. A través del análisis de los sectores económicos locales, investigarán sobre las tecnologías más eficientes para el cultivo y explorarán los diferentes tipos de energía que podrían aplicarse al huerto. Este proceso les permitirá comprender cómo integrar la sostenibilidad de manera efectiva en el proyecto, permitiendo que los estudiantes utilicen **las herramientas matemáticas necesarias para calcular aspectos como el área del huerto y la distribución de recursos**. Además, conectarán lo que aprenden en ciencias sociales, tecnología y ciencias con **una problemática real: la autosuficiencia alimentaria en su entorno**. Este es el primer paso para desarrollar soluciones prácticas y conscientes que beneficien tanto a su comunidad escolar como al medio ambiente.

Etapa del proyecto	Actividad ligada a la etapa del proyecto	UAC	Progresión	Didáctica para el trabajo (se vincula y desarrolla en la planeación didáctica del docente)	Semana	Participantes
Diagnóstico	Actividad para el PEC del PAEC: Modelos Matemáticos en el Huerto Urbano	Pensamiento matemático II	Progresión 1-2 de Pensamiento Matemático II, ya que abarca los conceptos básicos de elementos aritméticos-algebraicos, como la sintaxis del lenguaje algebraico, expresiones simplificadas y factorizadas, y la aplicación de estos conceptos en situaciones prácticas.	En este nivel, los estudiantes están comenzando a familiarizarse con el uso de las fórmulas algebraicas para modelar problemas de la vida cotidiana, como el cálculo del área, la estimación de consumo de agua y la distribución de recursos en el huerto urbano.	A realizar entre la semana 1 y 5.	Estudiantado y docente

Progresión 1

Compara, considerando sus aprendizajes de trayectoria, el lenguaje natural con el lenguaje matemático para observar que este último requiere de precisión y rigurosidad.

Metas	Categorías	Subcategorías
M1 Describe situaciones o fenómenos empleando rigurosamente el lenguaje matemático y el lenguaje natural.	C4 Interacción y lenguaje matemático	S1 Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico.

Progresión 2

Revisa algunos elementos de la sintaxis del lenguaje algebraico considerando que en el álgebra buscamos la expresión adecuada al problema que se pretende resolver (utilizamos la expresión simplificada, la expresión desarrollada de un número, la expresión factorizada, productos notables, según nos convenga).

Metas	Categorías	Subcategorías
M1 Ejecuta cálculos y algoritmos para resolver problemas matemáticos, de las ciencias y de su entorno. M2 Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.	C1 Procedural C4 Interacción y lenguaje matemático.	S1 Elementos aritmético-algebraicos. S1 Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico.

Evalúa las siguientes expresiones algebraicas en los puntos dados:

1. $x + 2y$ en $x = 3$, $y = 1$

2. $2x + 3y$ en $x = -2$, $y = -3$

3. $a^3 + a^2 + a$, si $a = 10$

4. $100a^2b^2c - 150ab^2c^2$; Si $a = 3$, $b = 5$ y $c = 8$

5. $49m^6 - 60x^4$; si $m = 3$ y $x = 2$

6. Escribe la expresión para la resta de dos números elevada al cuadrado.

7. Escribe la expresión para la suma de tres números elevada al cubo.

8. Escribe un número al cubo por otro número.

9. La suma de 3 números entre otro número.

10. La diferencia de dos números elevada a la cuarta.

Elementos aritméticos-algebraicos

El pensamiento matemático es una habilidad cognitiva esencial que nos permite comprender y trabajar con conceptos numéricos y geométricos. A través del lenguaje, los seres humanos nos comunicamos y adaptamos a diversos idiomas, tales como español, que usamos en México o el inglés que se utiliza en Estados Unidos. También llamamos estos tipos de lenguaje común a este tipo de lenguaje. Con el lenguaje común los seres humanos nos comunicamos y depende de la parte del mundo en que nos encontramos, se hablan diferentes lenguajes, por ejemplo, en México se habla español al igual que en América latina, y en Estados Unidos se habla inglés. Para trabajar con las matemáticas necesitamos utilizar símbolos, números y operaciones para representar relaciones y resolver problemas matemáticos.

El lenguaje algebraico es universal y nació para satisfacer la necesidad de contar, medir y resolver operaciones, éste es una forma de comunicación a través de símbolos especiales para realizar cálculos y análisis matemáticos; en álgebra se usan letras para representar números, se calculan operaciones aritméticas, tales como la suma, diferencia, multiplicación, división y ciertas reglas propias del lenguaje algebraico, y se incluyen en expresiones matemáticas para poder realizar el cálculo del valor numérico, de dichas letras. Las variables se denotan con x , y y z , las constantes por las primeras letras del alfabeto, a , b y c . Las operaciones elementales se representan por sus signos suma $+$, resta $-$, multiplicación $\times$ y división $\div$, potenciación, es decir elevar la cantidad a una potencia dada.

El lenguaje matemático requiere ser riguroso para abstraer y representar las cantidades de nuestro entorno mediante el lenguaje algebraico.

Para escribir en lenguaje algebraico debemos seguir las siguientes reglas:

1. Identificar las cantidades desconocidas como variables y los datos o números conocidos.
2. Identificar las operaciones que se realizan con esas variables.

Operación	Símbolo
Suma	$+$
Resta o diferencia	$-$
Multiplicar	$\times, (x)(y)$
Dividir	$\div$
Logaritmo de base 10	$\log_{10}$
Potenciar el número x al cuadrado	x^2

3. Construir expresiones algebraicas que representen las condiciones del problema, es decir hacer un modelo matemático.
4. Resolver las ecuaciones planteadas para encontrar soluciones.

Lenguaje natural	Lenguaje algebraico
Un número más otro	$x + y$
La resta de un número menos otro	$x - y$
El doble de un número	$2x$
El triple de un número	$3x$

Sintaxis del lenguaje algebraico

Los elementos aritméticos algebraicos incluyen:

1. El factor literal, es la letra con su exponente
2. El coeficiente es el factor numérico multiplicado por el factor lineal
3. El signo puede ser + o -
4. las variables o incógnitas que expresan los valores desconocidos o no fijos
5. los signos aritméticos que expresan las operaciones matemáticas

Algunos ejemplos de expresiones algebraicas son:

1. **Monomios:** Expresión algebraica que tiene solo **un término**. Las únicas operaciones que aparecen entre sus variables son la multiplicación y la potencia del exponente, por ejemplo:

$-6x^3$
-6 es el coeficiente
x es la variable o literal
3 es el exponente

Los elementos del siguiente monomio
 $-17a^3bc^2$ son:

Signo	-
Coeficiente	-17
Literales	a, b y c
Exponentes	3 y 2
Grado	5

Los elementos del monomio
 $-15x^3y^2$ son:

Signo	-
Coeficiente	15
Literales	x, y
Exponentes	3, 2
Grado	5

2. **Binomios:** Expresión algebraica que tiene **dos términos**. Por ejemplo:

$5x + 10$
 $a + b$

3. **Trinomios:** Expresión algebraica que tiene **tres términos**. Por ejemplo:

$2x^2 + 5x - 5$

4. **Polinomios:** Expresión algebraica formada por **más de un monomio**.

Términos semejantes

Dos o más términos son semejantes cuando tienen la misma parte literal o cuando tienen iguales letras con exponentes idénticos.

Si dos o más términos semejantes tienen las mismas literales con los mismos exponentes

Se puede realizar una operación llamada reducción de términos semejantes. En la reducción de términos semejantes pueden ocurrir los siguientes 3 casos:

1. Reducción de 2 o más términos semejantes del mismo signo, en este caso se suman los coeficientes poniendo delante de la suma el mismo signo que tienen todos y se escribe la parte literal.
2. Reducción de 2 términos semejantes de distinto signo en este caso se restan los coeficientes, poniendo delante de esta Diferencia el signo del término mayor y se escribe la parte literal.
3. Reducción de más de 2 términos semejantes de signos distintos. Se reduce a un solo término todos los positivos y aún solo término todos los negativos y con los 2 resultados obtenidos Se realiza la diferencia.

Por ejemplo:

$$8am + 3am + 5am - 15am = 16am - 15am = am.$$

Actividad de aprendizaje 1 ADA

Reto intelectual RI

En las siguientes expresiones algebraicas realiza reducción de términos semejantes

1. $12m - 25m - 5m =$

2. $26ax - 15ax - 11ax =$

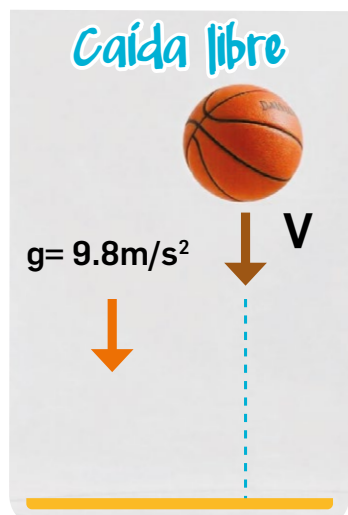
3. $-5a^3 + 20a^3 - 11a^3 =$

4. $3a + 5b + 6a + 4b + 8 =$

5. $29a^3b^2 + 15a^3b + 12a^3b^2$

Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico

Las expresiones algebraicas son útiles porque representan el valor de una expresión para todos los valores posibles de una variable, por ejemplo la caída libre de un cuerpo es el movimiento vertical de un objeto bajo la influencia exclusiva de la gravedad.



$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2 \quad (1)$$

Como sabemos ésta es la expresión algebraica de la altura de cuerpo que se mueve verticalmente bajo la única influencia de la fuerza de la gravedad. La variable en este caso es el tiempo de caída t .

y_0 = posición inicial del cuerpo

v_0 = es la velocidad inicial del cuerpo

$g = 9.8 \text{ m/s}^2$ es la aceleración de la gravedad, que a distancias no muy grandes de la superficie de la tierra se considera prácticamente constante.

Supongamos que el cuerpo cae desde una altura inicial de 10m, como simplemente cae su velocidad inicial es cero y conforme va cayendo va aumentando con el tiempo su velocidad. Como la velocidad inicial es cero, la ecuación de caída libre se transforma en: $y = 30\text{m} - \frac{1}{2}(9.8 \text{ m/s}^2) t^2$.

Figura 1.1 Caída libre.

Evaluemos esta expresión algebraica que nos da la altura para diferentes tiempos:

Tiempo(t)s Altura(y)m

1. $30 - 4.9(1) = 25.1$

3. $30 - 4.9(3) = 15.3$

5. $30 - 4.9(5) = 5.5$

2. $30 - 4.9(2) = 20.2$

4. $30 - 4.9(4) = 10.4$

6. $30 - 4.9(6) = 0.6$

Podemos concluir que entre 6 y 7 segundos el cuerpo toca el piso.

Actividad de aprendizaje 2 | Transversalidad AAT

- I. Realiza un reporte del reto intelectual anterior, donde describas con palabras lo que se está analizando, presenta la expresión algebraica de la función que determina la caída libre.
- II. Traza la gráfica de la altura contra tiempo, donde el eje horizontal represente a los valores del tiempo y el eje vertical, los valores de la altura.

Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico

Expresión simplificada

Una expresión está simplificada si cada base se encuentra a lo más una vez y todos los exponentes son positivos. Si tenemos una expresión con exponentes, se dice que está simplificada si cada base aparece a lo más una vez y todos los exponentes son positivos. A veces para simplificar se aplican de manera repetitiva, las leyes de los exponentes.

Potencias con exponente 0: $a^0 = 1$

Producto de potencias de la misma base: $a^n a^m = a^{n+m}$

Se deja la misma base y se suman los exponentes, por ejemplo:

$$10^3 10^2 = 10^{3+2} = 10^5$$

Potencia con exponente 1: Cualquier número elevado a un exponente 1 es igual a si mismo, por ejemplo: $100^1 = 100$

El **cociente de dos potencias de igual base** es igual a elevar la base a la diferencia del exponente del numerador menos el denominador, La base debe ser diferente de cero

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$\frac{3^3}{3^2} = 3^{3-2} = 3$$

La **potencia de un producto** es el mismo exponente para cada uno de los factores , por ejemplo

$$(5 \times 3 \times 4)^3 = 5^3 \times 3^3 \times 4^3$$

Potencia	Valor de la potencia
$10^0 =$	1
$10^1 =$	10
$10^2 =$	100
$10^3 =$	1000
$10^4 =$	10,000
$10^5 =$	100,000
$10^6 =$	1,000,000

Figura 1.2 Las potencias de base 10 se utilizan para representar cantidades grandes, por ejemplo en la Notación Científica $9 \times 10^6 = 9\,000\,000$.

Conoce
más en línea

CL

Consulta el sitio web
Aula05 Mate

tinyurl.com/5n9xr66c



Refuerza tus
conocimientos
sobre las
potencias.



Actividad de aprendizaje 3 ADA

Momento lúdico ML

Simplifica las siguientes operaciones algebraicas:

- $3^9 \times 3^7 =$ _____
- $5^3 \times 5^2 \times 5^8 =$ _____
- $\frac{8^4}{8^2} =$ _____
- $\frac{3^2}{3^4} =$ _____
- $5^8 \times 5^9 =$ _____

Expresión desarrollada de un número

La forma de desarrollada de un número es una forma de reescribir un valor numérico que divide ese valor en dígitos separados mostrando cuánto representa cada dígito. El valor posicional es como su nombre lo indica, el valor que toma un dígito dependiendo de la posición que ocupa dentro de una cifra numérica como este valor posicional se refleja en unidades primera posición, decenas segunda posición, centenas tercera posición, unidades de 1000 cuarta posición, etcétera.

Por ejemplo:

	millares	centenas	decenas	unidades
1895	1000	800	90	5

$$1895 = 1000 + 800 + 90 + 5$$

Actividad de aprendizaje 4

ADA

Momento lúdico

ML

Escribe los siguientes números en notación desarrollada:

Número	Notación desarrollada
1. 3526	
2. 184	
3. 4260	
4. 1589	
5. 358	
6. 10524	
7. 1634	
8. 2110	
9. 499	
10. 6389	

Actividad de aprendizaje 5

ADA

Aplicación

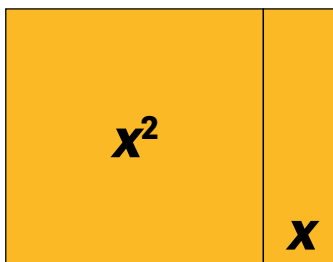
A

Construcción de un Algeblocks

I. Con cartulinas de tres colores diferentes construirás en equipo:

- 5 cuadrados de 5 cm x 5 cm de un color
- 1 cuadrado de 15cm x 15 cm de diferente color
- 5 rectángulos de 5 cm

II. Usando los blocs calculamos el producto, de $x(x+1)$, por ejemplo el área total es la suma de los dos bloques: $x(x+1)=x^2+x$



III. Calcula los espacios de tu escuela utilizando los blocs y el lenguaje algebraico. Dibuja en tu libreta un pequeño plano.

Actividad para el **PEC**

- I. Dibuja el espacio asignado al huerto escolar. Usa los blocs para disponer del espacio según las plantas que sembrarán y los elementos requeridos para su mantenimiento.



- II. Realiza los cálculos y usa lenguaje algebraico para designar las áreas.

Expresión factorizada

Factorizar una expresión algebraica, es expresar dicha expresión como el producto de factores simples. Ejemplos:

Factorización de un monomio

La factorización de un monomio se encuentra por inspección $15xy = (3)(5)(x)(y)$

Cada uno de los factores es divisible entre el mismo y la unidad.

Factor común monomio

$$a^2 + 2ab^2 = a(a+2b^2)$$

a es el factor común en ambas expresiones

$$2bx^4 + 3bx^2$$

bx^2 es el factor común monomio de $2bx^4 + 3bx^2$

$$\frac{2bx^4 + 3bx^2}{bx^2} = 2x^2 + 3$$

Entonces el factor común es bx^2

$$2bx^4 + 3bx^2 = (bx^2)(2x^2 + 3)$$

Factorización de trinomios

$$10x^2 - 5x + 15x^3$$

Primero factorizamos el factor común

$$10x^2 - 5x + 15x^3$$

Como podemos observar $5x$ es factor común en cada uno de los términos

$$10x^2 - 5x + 15x^3 = 5x(2x - 1 + 3x^2)$$

Trinomio cuadrado perfecto

Un trinomio es cuadrado perfecto es un trinomio ordenado con respecto a una letra si el primero y el tercer término son cuadrados perfectos (es decir tienen raíz cuadrada exacta y son positivos) y el segundo término es el doble producto de sus raíces cuadradas. Por ejemplo:

$$\begin{aligned} y^2 + 6y + 9 \\ \sqrt{y^2} = y \quad \sqrt{9} = 3 \\ (y+3)^2 \end{aligned}$$

Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$

Sólo el primer término tiene raíz cuadrada exacta.

Para factorizar este tipo de trinomios debes realizar lo siguiente:

1. Ordena el trinomio en forma decreciente
2. Calcula la raíz cuadrada del primer término
3. Encuentra dos números que multiplicados den el valor de c y que sumados o restados den el valor de b .
4. Se escribe un par de paréntesis en ambos se anota la raíz cuadrada del primer

término. Por ejemplo: $4x^2 - 20xy + 25y^2$
Tomamos la raíz cuadrada del primer término

$$4x^2 = (2x)^2$$

$$25y^2 = (5y)^2$$

Tomamos la raíz cuadrada del tercer término, en este caso es $5y$
 $(2x - 5y)(2x - 5y) = 4x^2 - 20xy + 25y^2$

Diferencia de cuadrados

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$9x^2 - 16y^4 = (3x + 2y)(3x - 2y)$$

Trinomio de la forma $x^2 + bx + c$

El primer término tiene raíz exacta. Se encuentran dos números que sumados sean b y que multiplicados sean c . Por ejemplo $x^2 + x - 12$

Tomamos la raíz cuadrada del primer término, en este caso x .

Ahora encontramos dos números que sumados den 1 y que multiplicados den menos 12

$$4(-3) = -12$$

$$4 - 3 = 1$$

Entonces la factorización es

$$(x+4)(x-3)$$

Productos notables

Binomio elevado al cuadrado

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Producto de binomios conjugados

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$

Producto de binomios con un término común

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

Binomio elevado al cubo

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Evaluación de las progresiones 1 y 2 EP

Factoriza las expresiones siguientes:

1. $a^2 - 2ab + b^2$

2. $a^2 - 10a + 25$

3. $m^4 + 12m^2 + 36$

4. $a^2 - 2ab + b^2 - 1$

5. $a^2 - 2am + m^2 - 4b^2$

6. $9a^2 - x^2 + 2x - 1$

7. $100 - (x - y + z)^2$

8. $4(x + a)^2 - 49y^2$

9. $x^2 - 7x + 12$

10. $x^2 + 2x - 15$

Estudio independiente

El

Resuelve los siguientes casos y determina qué expresiones factorizadas utilizan:

1. Un jardín tiene lados iguales y se expresa como $a^2 - 2ab + b^2$.
¿Cuál es su forma factorizada si los lados tienen $a=5a=5$ y $b=3b=3$?

2. Un gráfico financiero para el diseño de un préstamo tiene un cambio cuadrático representado como $a^2 - 10a + 25$. Encuentra su factorización para calcular su vértice.

3. Una estructura tiene la forma expresada como $m^4 + 12m^2 + 36$.
Calcula su factorización para simplificar el diseño del área.

4. **Construcción de vigas (diferencia de cuadrados):**
Una viga hueca tiene dimensiones expresadas como $4(x+a)^2 - 49y^2$.
Encuentra su factorización para verificar su estabilidad.

5. **Análisis de ondas (diferencia de cuadrados con término común):**
El movimiento de una onda se describe con $100 - (x - y + z)^2$.
Factoriza la ecuación para simplificar su análisis.

Gestión emocional

GE

- I. Forma un equipo de 3 personas y selecciona una tarjeta con una expresión algebraica para factorizar (se encuentran en las paginas finales de tu libro). Resuélvela trabajando en grupo, pero también enfóntate a las situaciones emocionales que te tocarán (como frustración o confusión).
- II. Trabajen juntos para resolver la expresión y manejar las emociones. Si uno de ustedes tiene dificultades, ayúdalo y asegúrate de colaborar para encontrar la mejor solución.
- III. En plenaria contesten las siguientes preguntas:
 1. ¿Cómo se sintieron al resolver los problemas mientras enfrentaban las situaciones emocionales?
 2. ¿Qué estrategias utilizaron para manejar esas emociones mientras resolvían las expresiones algebraicas?
 3. ¿Cómo la colaboración ayudó a enfrentar tanto los problemas matemáticos como emocionales?
 4. ¿Cómo pueden aplicar estas habilidades emocionales en otras situaciones académicas y personales?

Progresión 3

Examina situaciones que puedan modelarse utilizando lenguaje algebraico y resuelve problemas en los que se requiere hacer una transliteración entre expresiones del lenguaje natural y expresiones del lenguaje simbólico del álgebra.

Metas	Categorías	Subcategorías
M2 Analiza los resultados obtenidos al aplicar procedimientos algorítmicos propios del Pensamiento Matemático en la resolución de problemáticas teóricas y de su contexto. M2 Construye un modelo matemático, identificando las variables de interés, con la finalidad de explicar una situación o fenómeno y/o resolver un problema tanto teórico como de su entorno. M1 Describe situaciones o fenómenos empleando rigurosamente el lenguaje matemático y el lenguaje natural.	C1 Procedural C3 Solución de problemas y modelación. C4 Interacción y lenguaje matemático.	S1 Elementos aritmético-algebraicos. S1 Uso de modelos S1 Registro escrito, simbólico, algebraico e iconográfico. S2 Negociación de significados. S3 Ambiente matemático de comunicación.

Progresión 4

Explica algunas relaciones entre números enteros utilizando conceptos como el de divisibilidad, el de número primo o propiedades generales sobre este conjunto numérico, apoyándose del uso adecuado del lenguaje algebraico.

Metas	Categorías	Subcategorías
M2 Desarrolla la percepción y la intuición para generar conjeturas ante situaciones que requieren explicación o interpretación. M2 Socializa con sus pares sus conjeturas, descubrimientos o procesos en la solución de un problema tanto teórico como de su entorno.	C2 Procesos de intuición y razonamiento. C4 Interacción y lenguaje matemático.	S1 Capacidad para observar y conjeturar. S2 Pensamiento intuitivo. S3 Pensamiento formal. S2 Negociación de significados. S3 Ambiente matemático de comunicación

Escribe una expresión algebraica para cada enunciado.

Lenguaje natural	Lenguaje algebraico
Ana es 2 años menor que Irma	
Un sexto de un número es 15	
Cuatro veces z más 18	
El producto de 23 y z	
Veinte menos x	
Un sexto de 90	
El cociente de dos números es 20	
Cinco tercios de x más la mitad de x	
Una docena de tortillas es igual a \$10. ¿Cuánto cuesta cada tortilla?	
El producto de dos números entre 7	

Modelaje con lenguaje algebraico (lenguaje natural y lenguaje simbólico)

Hemos visto como traducir al lenguaje algebraico, un enunciado en lenguaje natural, por ejemplo:

El doble de un número más 20 = 35.

Este enunciado se puede escribir en lenguaje algebraico,

Sea x = número, entonces

la traducción de este enunciado en lenguaje algebraico es

$2x + 20 = 35$ esta es una ecuación de primer grado, para resolverla tenemos que despejar la variable x ;

Recordemos que en una ecuación si un término está sumando pasa al otro miembro de la ecuación restando y si está restando pasa del otro lado de la ecuación sumando, entonces

$$2x = 35 - 20$$

Si un número está multiplicando pasa del otro lado de la ecuación dividiendo, entonces

$$x = \frac{35 - 20}{2} = \frac{15}{2} = 7.5$$

Además, a partir de una ecuación también podemos evaluar una expresión. Por ejemplo: el área de un trapecio se define como:



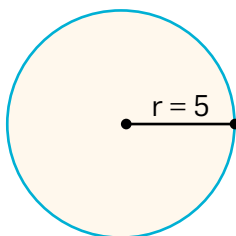
$$A = \frac{1}{2} h(B+b)$$

Evaluamos el área de los trapecios cuando

$$h = 10, B = 25, b = 15$$

$$A = \frac{1}{2} 10(25+15) = 200$$

El área de un círculo está dada por la fórmula πr^2

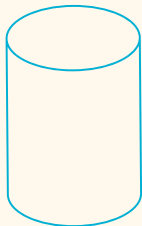


Evalúa el área del siguiente círculo de radio $r = 5$;

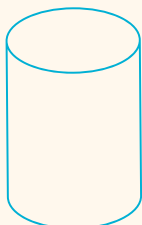
$$A = \pi(5)^2 = 78.54$$

El volumen de un cilindro está dado por $V = \pi r^2 h$ evalúa el volumen de los siguientes cilindros:

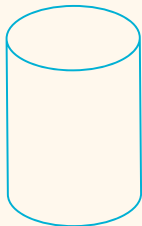
1. $r = 5, h = 25$



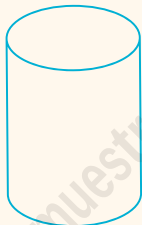
2. $r = 6, h = 20$



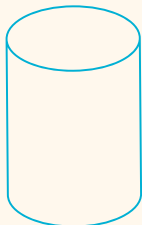
3. $r = 7, h = 30$



4. $r = 8, h = 35$



5. $r = 9, h = 40$



I. Traduce los siguientes enunciados a lenguaje algebraico:

1. El triple de un número menos 5 es igual a 40. Escribe esta ecuación en lenguaje algebraico y resuélvela.

2. La suma de un número y su doble es igual a 24. Escribe la ecuación en lenguaje algebraico y encuentra el número.

3. Un número dividido entre 3, más 4, es igual a 10. Escribe la ecuación en lenguaje algebraico y resuélvela para el número.

II. Resuelve los siguientes casos:

1. El área de un rectángulo es dada por la fórmula $A = l \times w$. Si la longitud (l) es 12 cm y el ancho (w) es 8 cm, ¿cuál es el área del rectángulo?

2. El área de un trapecio se calcula con la fórmula $A = \frac{1}{2} \times h \times (B + b)$, donde h es la altura, B es la base mayor, y b es la base menor. Si la altura (h) es 10 cm, la base mayor (B) es 25 cm y la base menor (b) es 15 cm, ¿cuál es el área del trapecio?

3. Un círculo tiene un radio de 7 cm. Usando la fórmula del área $A = \pi \times r^2$, ¿cuál es el área del círculo? Usa 3.1416 como valor de π .

Números enteros

Los **números enteros** son un conjunto numérico que incluye los números positivos, negativos y el cero, representados como $Z=\{\dots,-3,-2,-1,0,1,2,3,\dots\}$. Estos números nos permiten describir situaciones cotidianas como ganancias y pérdidas económicas, temperaturas por debajo o encima de cero, y niveles en un edificio o terreno. Los enteros son fundamentales porque extienden el concepto de los números naturales (N) para representar cantidades negativas y neutralizar operaciones como la resta, que no siempre tiene solución en los números naturales.

En operaciones básicas, los enteros tienen propiedades importantes: **la suma y la multiplicación son cerradas**, lo que significa que cualquier operación entre dos enteros da como resultado otro entero. Además, los enteros cumplen con las propiedades asociativa, conmutativa y distributiva. Un aspecto clave al trabajar con enteros es entender las reglas de los signos: al sumar o restar, se combinan los valores según su dirección (positiva o negativa); al multiplicar o dividir, el resultado es positivo si los signos son iguales y negativo si son diferentes. Este conocimiento es esencial para resolver problemas algebraicos y del mundo real, como calcular deudas o analizar cambios en temperaturas extremas.

Las propiedades de los números enteros son reglas matemáticas que nos ayudan a realizar operaciones con ellos de manera ordenada y eficiente. Estas propiedades se aplican principalmente en la suma y la multiplicación de los números enteros.

1. Propiedad conmutativa: El orden de los números no afecta el resultado.

- Para la suma: $a+b=b+a$. Ejemplo: $3+(-5)=-5+3$.
- Para la multiplicación: $a \cdot b=b \cdot a$. Ejemplo: $-2 \cdot 4=4 \cdot -2$.

2. Propiedad asociativa: La manera en que agrupamos los números no afecta el resultado.

- Para la suma: $(a+b)+c=a+(b+c)$. Ejemplo: $(1+2)+3=1+(2+3)$ $(1+2)+3=1+(2+3)$.
- Para la multiplicación: $(a \cdot b) \cdot c=a \cdot (b \cdot c)$. Ejemplo: $(-2 \cdot 3) \cdot 4=-2 \cdot (3 \cdot 4)$.

3. Propiedad distributiva: La multiplicación se distribuye sobre la suma o resta.

- $a \cdot (b+c)=(a \cdot b)+(a \cdot c)$. Ejemplo: $2 \cdot (3+4)=(2 \cdot 3)+(2 \cdot 4)$.

4. Elemento neutro:

- En la suma, el neutro es el 0, porque $a+0=a+0=a$. Ejemplo: $-5+0=-5$.
- En la multiplicación, el neutro es el 1, porque $a \cdot 1=aa \cdot 1=a$. Ejemplo: $-7 \cdot 1=-7$.

5. Elemento opuesto (en la suma): Cada número tiene un opuesto que al sumarlo da como resultado 0.

- Ejemplo: $5+(-5)=0$.

Divisibilidad

En matemáticas se dice que **un número es divisible entre otro siempre y cuando su división se exacta es decir que el residuo sea igual a cero**. Por ejemplo 20 es divisible entre 4 y entre 5 y el residuo es cero.

Criterios de divisibilidad

1. Todo número es divisible entre 1.
2. Cualquier número terminado en par o en cero es divisible entre 2, Por ejemplo 748.
3. Si la suma de los dígitos que forman un número es divisible entre 3 o entre 9 el número es divisible entre 3 o entre 9 . Por ejemplo 138 es divisible entre 3.
4. Si los últimos dígitos de un número son cero o si el número que forman estos 2 últimos dígitos es divisible entre cuatro, el número es divisible entre cuatro. Por ejemplo 138 es divisible entre 3, Por ejemplo 72 es divisible entre 4.
5. Todo número terminado en cero o 5 es divisible entre 5.
6. Para verificar si un número es divisible entre 11, se forman 2 sumas de los dígitos alternados si las sumas son iguales o difieren por un múltiplo de 11 el número original es divisible entre 11.

Actividad de aprendizaje 3

ADA

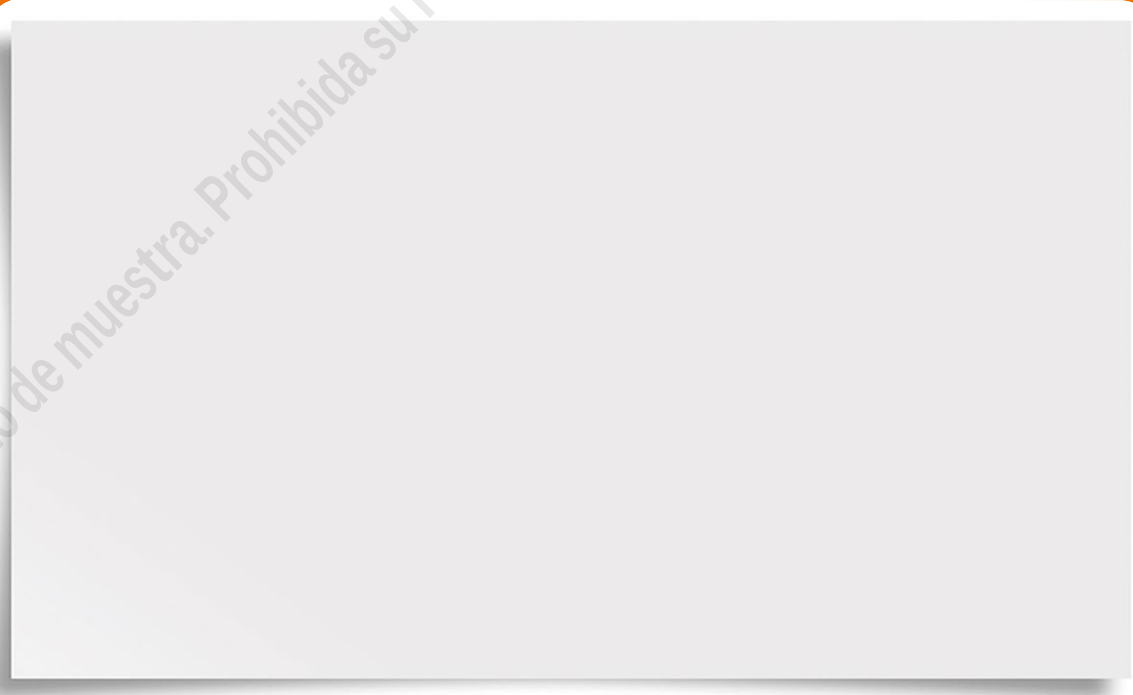
Momento lúdico

ML

Escribe en forma de expresión algebraica el siguiente juego:

Piensa un número, súmale dos; al resultado multiplícalo por 3, después réstale 6.

Calcula la tercera parte de ese resultado y obtienes el número que pensaste.



Números primos

Un número primo se define como aquel número entero que solo es divisible entre el mismo y la unidad, por ejemplo 1, 3, 5, 7,...

Ejemplo:

Descomponer en factores primos el número 295, éste termina en 5 por lo cual es divisible entre 5:

$$x = \frac{295}{5} = 59$$

Los factores primos de 295 son 5 y 59

Para saber si un número dado es primo o no se divide dicho número entre todos los números primos menores que el, si se obtiene una división exacta el número, pero no es primo si no se obtiene la división exacta el número es primo.

Los números primos entre 1 y 100 son 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 y 97.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Imagen 3.1 Gráfica numérica que muestra números primos entre 1 y 100.

Actividad de aprendizaje 7

ADA

Reto intelectual

RI

Descomponer en sus factores primos los siguientes números:

1. 54	
2. 36	
3. 78	
4. 169	
5. 182	

Propiedades generales sobre conjuntos numéricos

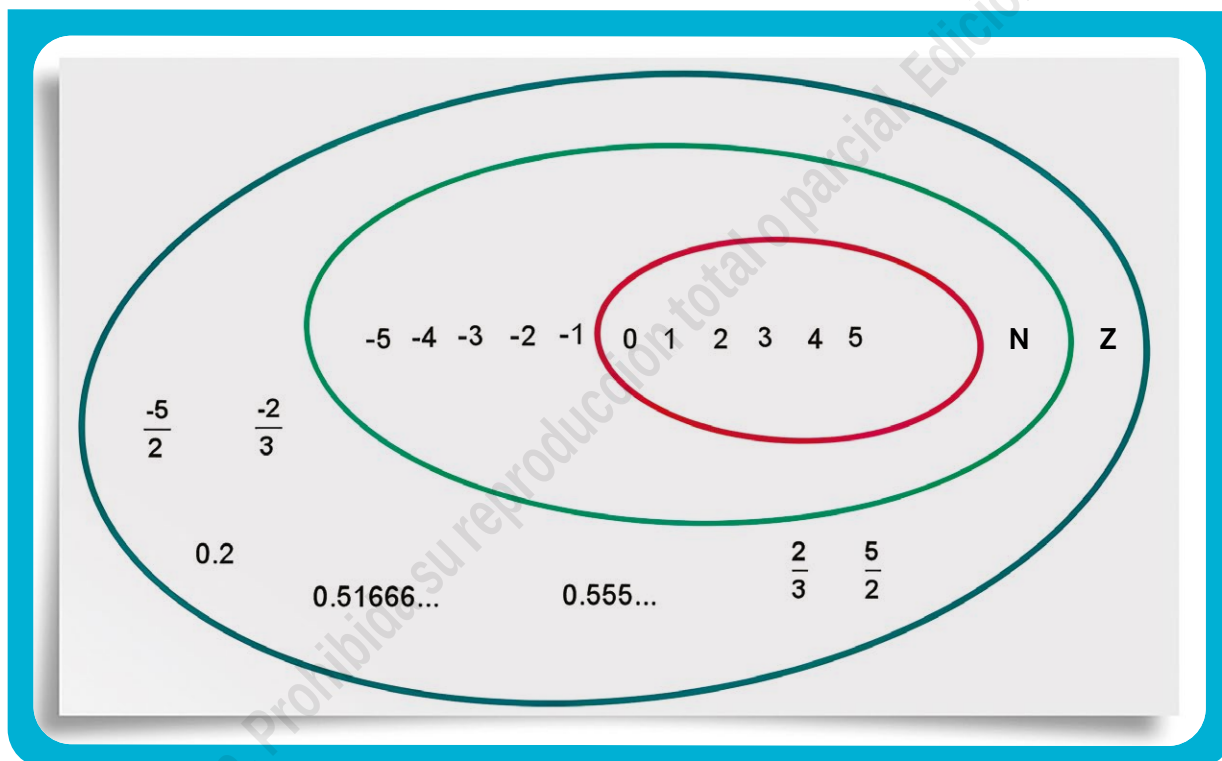
Los conjuntos numéricos permiten representar diversas situaciones del entorno, tales como: la cantidad de elementos que tiene un conjunto (los naturales), las partes de una unidad (los racionales), la medida de la diagonal de un cuadrado de lado 1 (los irracionales) o

Números naturales

El conjunto de los números **naturales** se denota por **N**.

Son los números que se utilizan para contar, es decir son los números no negativos, este conjunto es infinito.

El conjunto de los números **enteros** se representa por **Z** tiene al cero a los negativos de los números naturales y a los números naturales



Números racionales

Es el conjunto de los números que se pueden expresar como la fracción o el cociente de dos números enteros.

Números irracionales

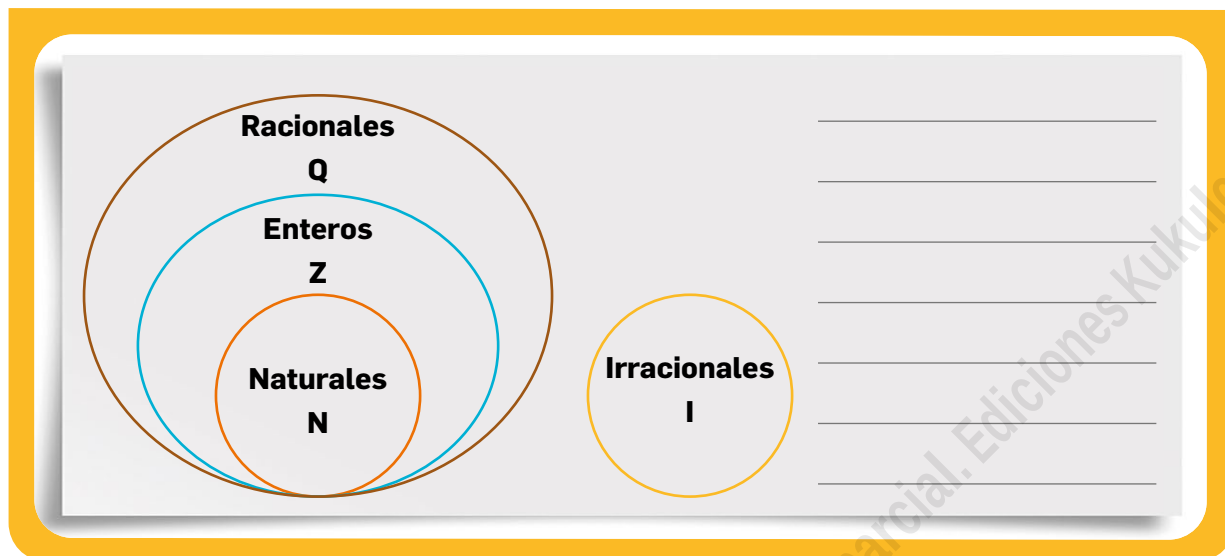
Los números irracionales no tienen una fracción decimal periódica, por ejemplo:

$$\sqrt{2} = 1.4142136$$

$$\sqrt{3} = 1.7320258$$

$$\pi = 3.1415927$$

- I. Ejemplifica con diferentes números a los conjuntos de la figura.



- II. Muestra tres ejemplos de números:

1. Naturales

2. Enteros

3. Racionales

4. Irracionales

Resuelve los ejercicios siguientes modelando el problema mediante una ecuación:

1. Encuentra un número tal que si le sumas 18 es el triple del mismo.

2. Rocío ha leído $\frac{1}{3}$ de un libro le faltan leer 30 páginas, ¿cuántas paginas tiene el libro?

3. Mi edad más el triple de mi edad que tenía hace 14 años, es igual al triple de mi edad actual, ¿cuál es mi edad?

4. Cuanto vale x , si el doble de x más la mitad de $x + 15$ es igual a 99.

5. Cinco veces un número es igual a 48 más el número.

Resuelve los siguientes casos:

1. Pedro tiene $\$a + \b y gasto $\$c$, ¿cuánto dinero tiene?

2. Escribe la suma del cuadrado de un número más el cubo de otro número.

3. Compré 2 blusas, cada blusa cuesta $\$a$ y un pantalón cuesta $\$a + \50 y gasté $\$500$, ¿cuánto cuesta cada blusa y cada pantalón?

4. La edad actual de Pepe es cuatro veces la de su hija, si en 5 años la hija tiene 15, ¿qué edad tiene Pepe?

5. Calcula el perímetro y el área de un rectángulo cuya base es b y su altura $5b$.

Resuelve los siguientes casos:

1. Juan tiene $\$a + \b y recibe un regalo de $\$c$. ¿Cuánto dinero tiene ahora?

2. Escribe la resta del cubo de un número menos el cuadrado de otro número.

3. Compré 3 camisetas, cada una cuesta $\$a$, y un pantalón cuesta $\$a + \100 . Si gasté $\$600$, ¿cuánto cuesta cada camiseta y el pantalón?

4. La edad de Ana es el doble de la de su hermano. Si la suma de sus edades es 30 años, ¿qué edad tiene cada uno?

5. Calcula el perímetro y el área de un triángulo cuya base es bb y su altura es $4b4b$.

6. Un número más su triple es igual a 48. ¿Cuál es ese número?

7. El lado de un cuadrado mide aa . Calcula su perímetro y su área.

8. Si un círculo tiene radio $r=7$, ¿cuál es su área? Usa $\pi=3.1416$.

9. La diferencia entre el doble de un número y su mitad es igual a 45. ¿Cuál es el número?

10. Calcula el volumen de un prisma rectangular con dimensiones $l=10$, $w=5$, y $h=8$.

I. Resuelve los siguientes casos.

1. Un hombre tenía \$a recibió \$3a y gasto \$a, ¿cuánto dinero le quedó?

2. La suma del doble de a más el triple de b y la mitad de c.

3. La diferencia de 2 números entre 13.

4. La edad actual de Rocío es el doble de la de su hija. Hace 15 años la edad de Rocío era el triple que de su hija. Encuentra la edad de Rocío y de su hija.

5. Seis veces la edad de Lucy es igual a 7 veces la edad de Ramón menos 3. Si Ramón y Lucy son gemelos, ¿cuántos años tienen?

6. Pablo tiene 51 y su hijo tiene 9 años, ¿cuál es la edad del padre en la que tiene 8 veces la edad del hijo?

7. En un rectángulo la base es el cuádruple de la altura, la base es b calcula su altura, su perímetro y su área.

8. La altura de un rectángulo es de 15 unidades mayor que su base b calcula su altura, su perímetro y su área.

9. La altura de un rectángulo es la tercera parte de la base b calcula su altura, su perímetro y su área.

10. La altura de un rectángulo es el cuadrado de la base b más 10, calcula su altura, su perímetro y su área.

II. Determina los factores primos de los siguientes números.

1. 25

2. 20

3. 5,

4. 245

5. 484

- I. Identifiquen sectores económicos locales y los cultivos que se producen en su comunidad.

- II. Realicen entrevistas con agricultores locales, si es posible.

- III. Investiguen sobre tecnologías eficientes de cultivo y tipos de energía renovable que podrían aplicarse en el huerto.

- IV. Presenten sus hallazgos en un informe con una propuesta inicial del huerto urbano, incluyan el cálculo del área y la estimación de consumo de agua del huerto.

ODS y Principios NEM asociados:



1. **ODS 2**
▪ Hambre Cero.



1. **ODS 7**
▪ Energía Asequible y No Contaminante.



1. **ODS 12**
▪ Producción y Consumo Responsables.



1. **ODS 13**
▪ Acción por el Clima.

NEM

Educación inclusiva, equitativa y de excelencia; aprendizaje basado en problemas reales; sostenibilidad ambiental.

